සියලු හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights reserved

වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
Provincial Department of Education - NWP

10 S 1

දෙවන වාර පරීක්ෂණය - 13 ශ්‍රේණිය - 2020

Second Term Test - Grade 13 - 2020

විභාග අංකය .... සංයුක්ත ගණිතය I කාලය පැය තුනයි

උපදෙස්

- **මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.**
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1-10) දක්වා B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)
- **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න.
  වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- **B කොටස**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.
- **නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස B කොටසට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.**
- **ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.**

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	එකතුව	
	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
මුළු එකතුව		
ප්‍රතිශතය		

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ	1	
	2	
අධීක්ෂණය		

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I(A කොටස)

01. සියලු $n \in N$ සඳහා $1+4+7+\ldots+(3n-2)=\frac{n(3n-1)}{2}$ බව ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් පෙන්වන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

02. $|3x-1|>x+3$ යන අසමානතාවය ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් විසඳන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|3x+5|>x+5$ යන අසමානතාවය සපුරාලන x හි අගය පරාසය විසඳන්න

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

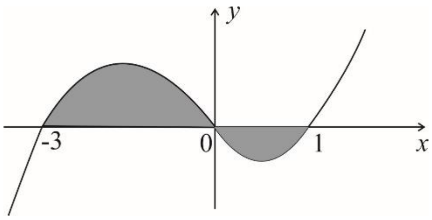
03. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{4\sqrt{2} - (\cos x + \sin x)^5}{1 - \sin 2x}$ හි අගය සොයන්න.

04. $\frac{1}{2!}, \frac{2}{3!}, \frac{3}{4!}, \frac{4}{5!}$.......... ශ්‍රේණියේ r වන පදය වන Ur ලියන්න.

$f(r) = \frac{1}{r!}$ නම්, $f(r) - f(r+1), Ur$ ඇසුරින් ලියා එමගින් $\sum_{r=1}^{n} Ur$ අගයන්න.

05. $x=(t+1)^2t, \quad y=\frac{1}{2}t^3+3; t\geq -1$ යන පරාමිතික සමීකරණයෙන් දෙනු ලබන වක්‍රයට $t=2$ වන් ලක්ෂ්‍යයේ දී අඳිනු ලබන ලම්බයේ සමීකරණය සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....



06. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $y=x(x-1)(x+3)$ හි වක්‍රය යි. x - අක්ෂය මගින් ද වක්‍රය මගින් ද ආවෘත පරිමිත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය අනුකලනය මගින් සොයන්න.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

07. $y^2 = 8x$ පරාවලය මත, $x^2 + (y+6)^2 = 1$ වෘත්තයට අවම දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

08. ABC ත්‍රිකෝණයක AB හා AC පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - y + 5 = 0$ හා $x + 2y = 0$ වේ. A ලක්ෂ්‍යය යනු $(1, -2)$ වේ නම්, BC රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

09. x - අක්ෂය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද $(1,-2)$ සහ $(3,-4)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ ද වෘත්තවල සමීකරණය සොයන්න.

10. $\sin 6x+\cos 4x+2=0$ සමීකරණයෙහි විසඳුම් $0\le x\le 2\pi$ පරාසය තුළ සොයන්න.

සංයුක්ත ගණිතය 13 - I B කොටස

❖ **ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.**

---

11. *a.* *i.* $x^2 - 3 + k(2x+3) = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල අන්තරය 2 නම්, k හි අගය සොයන්න.

ii. $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{1}{c}$ වර්ගජ සමීකරණයේ c තාත්වික අගයක් නම්, එම සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා ප්‍රභින්න බව පෙන්වන්න. මෙහි $x \neq \pm 1$ හා $c \neq 0$ වේ.

b. $x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ යන බහුපදය $f(x)$ මගින් නිරූපණය වේ.

i. $(x+1)$ වත් $(x-1)$ වත් $f(x)$ හි සාධක නොවන බව පෙන්වන්න.

ii. $q(x)$ යනු බහු පදයක් ද a හා b නියත ද වන $f(x) \equiv (x^2-1)q(x) + ax + b$ යන සර්ව සාම්‍යයේ $x = 1$ හා $x = -1$ ආදේශයෙන් හෝ අන අයුරකින් හෝ $f(x)$ බහු පදය (x^2-1) න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය සොයන්න.

iii. $f(x)$ බහුපදය (x^2+1) න් බෙදූ විට, ශේෂය $2x$ බව පෙන්වන්න.

iv. $f(x) = 2x$ සමීකරණයේ සියලු ම තාත්වික මූල සොයන්න.

12. *a.* ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක p වැනි සහ q වැනි පද පිළිවෙලින් q හා p වේ. එහි $(p+q)$ වැනි පදය $\left(\dfrac{q^p}{p^q}\right)^{\frac{1}{p-q}}$ බව පෙන්වන්න.

b. $1 + n^2 + n^4 \equiv (1+n^2)^2 - n^2$ බව සාධනය කරන්න.

$\dfrac{1}{1+1^2+1^4} + \dfrac{2}{1+2^2+2^4} + \dfrac{3}{1+3^2+3^4} + \ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය වන Ur ලියන්න.

ඉහත සර්වසාම්‍ය භාවිතයෙන් හෝ අන්අයුරකින් හෝ $\dfrac{1}{2}\{f(r) - f(r+1)\} = Ur$ වන පරිදි $f(r)$ ශ්‍රිතයක් සොයා, එමගින් $\sum_{r=1}^{n} Ur = \dfrac{n(n+1)}{2(n^2+n+1)}$ බව පෙන්වන්න.

13. *a.* සියලු $n \in N$ සඳහා,

$$\cos\alpha + \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha+2\beta) + \ldots \quad + \cos[\alpha + (n-1)\beta] = \frac{\cos\left[\alpha + \left(\frac{n-1}{2}\right)\beta\right]\sin\left(\frac{n\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$ බව

ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් පෙන්වන්න.

b. PERMUTATIONS යන වචනයේ අකුරු සියල්ලම භාවිතයෙන් සෑදිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් වචන ගණන සොයන්න. ඒවා අතරින්

i. P ගෙන් ආරම්භ වී S ගෙන් අවසන් වන වචන

ii. ස්වර අකුරු සියල්ල එකට ඇති වචන

iii. P හා S අතර අකුරු 4ක් ඇති වචන කීයක් වේ ද?

c. පිරිමි ළමයි 9 දෙනෙක් හා ගැහැනු ළමයි 4 දෙනෙක් අතරින් තෝරා ගත් සමාජිකයින් 7 කින් සමන්විත කමිටුවක් සෑදීමට අවශ්‍ය ව ඇත. කමිටුව තුළ

i. හරියට ම ගැහැනු ළමයින් 3 දෙනෙක්

ii. අවම වශයෙන් ගැහැනු ළමයින් 3 දෙනෙක් වත්

iii. උපරිම වශයෙන් ගැහැනු ළමයින් 3 දෙනෙක් ඇතුළත් වන සේ කමිටුව සෑදිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

14. *a.* $x \neq 1$ හා $x \neq -\frac{1}{3}$ සඳහා $f(x) = \frac{16(x+1)}{(x-1)^2(3x+1)}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{-32x(3x+5)}{(x-1)^3(3x+1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

$y = f(x)$ හි ස්පර්ශෝන්මුඛවල සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය, $y = f(x)$ වක්‍රය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ දක්වමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b. i. පිරමිඩයක ආකාරයට තනා ඇති කුඩාරමක ආධාරකය සමචතුරස්‍රාකාර වෙයි. එහි ශීර්ෂයේ සිට ආධාරයේ එක් එක් දාරයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට දිග $3\sqrt{6}\ m$ වෙයි. කුඩාරමෙහි පතුලේ වර්ගඵලය A නම්, එහි පරිමාව වන V, $V=\dfrac{A}{6}\sqrt{216-A}$ බව පෙන්වන්න.

ii. V උපරිම වන A හි අගය සොයා එම අවස්ථාවේ දී කුඩාරමෙහි උස සහ ආධාරකයේ දාරයක දිග සොයන්න.

iii. කුඩාරමෙහි පතුල සහ පැති සඳහා එකම වර්ගයේ රෙදි භාවිත කරයි නම්, උපරිම ඉඩ ප්‍රමාණයක් ඇති කුඩාරමක් තැනීමට අවශ්‍ය රෙදි ප්‍රමාණය සොයන්න.

15. a. $\dfrac{1}{(1-z)(1-2z)}\equiv\dfrac{A}{1-z}+\dfrac{B}{1+2z}$ වන පරිදි A හා B නියතයන් සොයන්න.

$t=\sin x$ යන්න ආදේශයෙන් $\displaystyle\int\frac{\sin x}{\sin 4x}dx=\frac{1}{4}\int\frac{dt}{(1-t^2)(1-2t^2)}$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින්, $\displaystyle\int\frac{\sin x}{\sin 4x}dx=P\ln\left|\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right|+Q\ln\left|\frac{1+\sqrt{2}\sin x}{1-\sqrt{2}\sin x}\right|+C$ බව පෙන්වන්න. මෙහි C අභිමත නියතයක් වන අතර P, Q නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

b. $f(x)$ යනු $[a,b]$ සංවෘත ප්‍රාන්තරය තුළ අනුකලනය කළ හැකි ශ්‍රිතයක් නම්, $\displaystyle\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(a+b-x)dx$ බව සාධනය කරන්න.

$\displaystyle I=\int_a^b\sqrt{\frac{x-a}{b-x}}dx$ ද $\displaystyle J=\int_a^b\sqrt{\frac{b-x}{x-a}}dx$ ද වේ. $I=J$ බව සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්, $I=\dfrac{\pi}{2}(b-a)$ බව සාධනය කරන්න.

c. කොටස් වශයෙන් අනුකලන ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $\int e^{3x}\sin 4x dx$ සොයන්න.

16. *a.* $P(x_1, y_1)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax+by+c=0$ රේඛාවට ලම්බක දුර සොයන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක $A \equiv (7, 11)$ වන අතර BC පාදයේ සමීකරණය $3x-4y-2=0$ වේ. BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ කෝටිකය 1 වන අතර ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 30ක් වේ. B හා C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

b. x - අක්ෂය ස්පර්ශ කරන ඕනෑම වෘත්තයක සාධාරණ සමීකරණය g හා f තාත්වික නියත විට $x^2+y^2+2gx+2fy+g^2=0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

x - අක්ෂය ස්පර්ශ කරන විචල්‍ය වෘත්තයක් $A(-1, 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. A හරහා යන, වෘත්තයේ විචල්‍ය විශ්කම්භයේ අනෙක් කෙළවරේ පථය $y=\frac{1}{12}(x+1)^2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

17. *a.* $y=2|\cos 2x|$ හි හා $y=1+\sin x$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් $0 \le x \le 2\pi$ පරාසය තුළ එකම සටහනක අඳින්න. ඒ නයින්, $2|\cos 2x|=1+\sin x$ සඳහා ඉහත පරාසය තුළ ඇති විසඳුම් ගණන සඳහන් කරන්න.

b. සුපුරුදු අංකනයෙන් ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා වන සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

ඒ නයින්, යම්කිසි ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා $\frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)}=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ වේ නම්, එම ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී බව පෙන්වන්න. ($\hat{A} \ne \hat{B}$ වේ.)

c. $\tan^{-1} x + \tan^{-1} 2x = \frac{2\pi}{3}$ යන්න සපුරාලන x හි අගයයන් සොයන්න.